תשובות לשאלות נפוצות בעוצמות אינסופיות

**1. איך מראים שקבוצה היא אינסופית?**

הנה כמה דרכים בהן ניתן להראות שקבוצה A היא אינסופית:

**א.**  להראות שכמות האברים ב- A גדולה מכל n טבעי (כי מכאן יוצא שכמות האברים ב- A אינה מספר טבעי כלומר A אינה סופית).

**ב.**  להראות שלכל n טבעי יש ל- A תת-קבוצה בגודל n (כי זה אומר שאומר שכמות האברים ב- A גדולה/שווה לכל מספר טבעי.  זה אומר שהעוצמה של A אינה מספר טבעי, כי אין מספר טבעי שגדול/שווה לכל המספרים הטבעיים).

**ג.**  להראות ש- A מכילה קבוצה שעוצמתה .

**ד.**  להראות פונקציה חד-חד-ערכית של קבוצה שעוצמתה  לתוך A (לאו דווקא על A).  
  
בדרכים א, ב אנו מראים ש- A אינה סופית ומכאן שהיא אינסופית.

בדרכים ג, ד אנו מראים שעוצמת A היא לפחות אלף-0, ולכן היא אינסופית.

2. האםהוא האינסוף הקטן ביותר? אם כן, איך מראים זאת?

תהי k עוצמה אינסופית כלשהי, נראה שהיא גדולה/שווה .    
תהי  A קבוצה שעוצמתה k (מדוע יש כזו ראו בחוברת "פרק 5" בהערה שלפני משפט 5.2).  
בעמ' 121 בספר הלימוד, בתחילת **ההוכחה**של משפט 4.4 מוכיחים את טענת-העזר הבאה:   
לכל קבוצה אינסופית יש קבוצה חלקית בת-מניה.    
לפיכך ל- A  יש קבוצה חלקית בת-מניה.  
מכאן לפי שאלה 5.1ב בחוברת "פרק 5" ,   .

**3. מהן הדרכים להראות שלשתי קבוצות A,B אותה עוצמה?**

דרך ראשונה היא לפי ההגדרה:  מראים שקיימת פונקציה **חד-חד-ערכית** של A **על**B .

בפרק 5 לומדים דרך שניה:  
מראים שמצד אחד     ומצד שני  . לפי משפט 5.4 (קנטור-ברנשטיין) משני האי-שוויונים יחד נובע  .

שינוי אחרון: 5/09/2018, 10:14